

リアル・オプションで出てくるコンパウンド・オプションの解析解の算出方法

株式会社フィノメトリクス

代表取締役 谷 保明

ヨーロピアン・タイプのコンパウンド・オプションは、解析的に評価することができる。2つのオプションがいずれもコール・オプションとすると、配当のないコンパウンド・オプションの価値は以下であらわされる¹；

$$S_0 M\left(a_1, b_1; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right) - K_2 e^{-rT_2} M\left(a_2, b_2; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right) - e^{-rT_1} K_1 N(a_2) \quad \text{ただし、}$$

$$a_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{S^*}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T_1}{\sigma\sqrt{T_1}}, \quad a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{T_1}$$

$$b_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K_2}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}}, \quad b_2 = b_1 - \sigma\sqrt{T_2}$$

T_1 、 K_1 は1つ目のコール・オプションの満期と行使価格を、 T_2 、 K_2 は2つ目のコール・オプションの満期と行使価格をあらわしている。 $M(a, b; \rho)$ は相関係数が ρ の二次元正規分布の累積分布関数で、第一変数が a 以下、第二変数が b 以下のときの値である。 S^* は、 T_1 時点でのコール・オプションの価値が K_1 に等しくなるような S の値である。 $M()$ の累積分布関数とは、相関係数 ρ を持つ2つの正規分布に従う変数がそれぞれ指定値以下になる確率のことで、市販の統計ソフトかプログラミングによって計算可能だが、一応エクセルで計算することも可能だ。下図はJ. Hullが以下で公表している近似的な計算方法²をエクセルで表した例だ。

¹ R. Geske "The Valuation of Compound Options," Journal of Financial Economics ,(1979)および M. Rubinstein, "Double Trouble," Risk, (1991/1992) 参照 J. Hull "Options, Futures, And Other Derivatives ," (2012) P577 参照

² <http://www-2.rotman.utoronto.ca/~hull/TechnicalNotes/TechnicalNote5.pdf>

